

Программа вступительных испытаний
по учебному предмету «Математика»
для лиц, имеющих общее базовое образование,
для получения среднего специального образования,
2012 год

I. ПРЕДЪЯВЛЯЕМЫЙ К УСВОЕНИЮ УЧЕБНЫЙ МАТЕРИАЛ

Числа и вычисления

Натуральные числа и действия над ними. Квадрат и куб числа. Делители и кратные числа. Разложение числа на множители. Признаки делимости на 2, 5, 3, 9, 10. Простые и составные числа. Разложение числа на простые множители. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное. Деление с остатком.

Обыкновенная дробь. Правильная и неправильная дроби. Основное свойство дроби. Сокращение дроби. Приведение дроби к новому знаменателю. Сравнение дробей. Сложение, вычитание, умножение и деление обыкновенных дробей. Основные задачи на дроби.

Среднее арифметическое нескольких чисел.

Десятичная дробь. Сравнение десятичных дробей. Округление десятичных дробей. Обращение конечной десятичной дроби в обыкновенную и обыкновенной в десятичную. Сложение, вычитание, умножение и деление десятичных дробей.

Пропорция. Основное свойство пропорции. Решение задач на составление пропорций. Задачи на пропорциональное деление. Масштаб.

Проценты. Основные задачи на проценты.

Положительные и отрицательные числа. Модуль числа и его геометрический смысл. Противоположные числа. Сложение, вычитание, умножение и деление положительных и отрицательных чисел. Целые числа. Рациональные числа. Сравнение чисел.

Стандартный вид числа. Действия над числами, записанными в стандартном виде.

Текстовая задача и ее компоненты. Проверка решения задачи. Арифметические способы решения задач.

Корень n -й степени из числа. Арифметический квадратный корень и его свойства.

Иррациональное число. Действительное число. Действительное число как бесконечная десятичная дробь. Периодические и непериодические бесконечные десятичные дроби.

Синус, косинус, тангенс, котангенс угла от 0° до 180° . Значения синуса и косинуса для углов, равных 0° , 30° , 45° , 60° , 90° , 180° , а также значения тангенса и котангенса для углов, равных 30° , 45° , 60° .

Выражения и их преобразования

Числовое выражение и его значение. Порядок выполнения арифметических действий. Сравнение числовых выражений. Выражение с переменными. Значение выражения с переменными при данных значениях переменных. Область определения выражения.

Свойства арифметических действий и их применение для рационализации вычислений.

*Степень с натуральным показателем и ее свойства¹.

Одночлен. Многочлен. Сложение, вычитание и умножение многочленов, деление многочлена на одночлен.

*Формула. Тождество. Тождественно равные выражения. Тождественное преобразование выражения. Формулы сокращенного умножения:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b),$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

Тождественные преобразования многочленов. Приведение подобных слагаемых. Разложение многочлена на множители: вынесение общего множителя за скобки; группировка; применение формул сокращенного умножения.

Рациональные дроби. Основное свойство дроби. Сокращение дробей. Приведение дробей к новому знаменателю. Сложение, вычитание, умножение и деление рациональных дробей.

¹ Здесь и далее отмечен материал, который включается в теоретическую часть билетов для проведения вступительных испытаний по математике в устной форме (при этом от абитуриента требуется сформулировать определения понятий, вывести формулы, сформулировать и доказать свойства, теоремы, признаки, которые входят в вопросы билета).

*Степень с целым показателем и ее свойства.

*Квадратный трехчлен. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.

*Арифметический квадратный корень из произведения, частного.

Тождество $\sqrt{a^2} = |a|$.

Основное тригонометрическое тождество. Соотношения между синусом, косинусом, тангенсом, котангенсом одного угла. Формулы приведения для углов $(90^\circ \pm \alpha)$, $(180^\circ - \alpha)$.

Уравнения и неравенства

*Уравнение. Корень уравнения. Линейные уравнения.

*Квадратное уравнение. Неполные квадратные уравнения.

*Формулы корней квадратного уравнения.

Приведенное квадратное уравнение.

Уравнения, сводящиеся к квадратному уравнению.

Рациональные уравнения.

*Теорема Виета.

Уравнения с двумя переменными. Системы уравнений с двумя переменными, решение систем. Решение системы двух линейных уравнений с двумя переменными.

Решение систем двух уравнений с двумя переменными, из которых одно — линейное, а другое — квадратное.

Числовые неравенства, их геометрическая интерпретация. Свойства числовых неравенств. Строгие и нестрогие неравенства, двойные неравенства.

Неравенства с одной переменной. Решение неравенств.

*Линейные неравенства с одной переменной.

Простейшие уравнения и неравенства с одной переменной под знаком модуля.

*Квадратные неравенства. Решение квадратных неравенств с использованием свойств квадратной (квадратичной) функции.

Рациональные неравенства.

Системы неравенств с одной переменной, решение систем неравенств. Решение систем линейных неравенств с одной переменной.

Решение текстовых задач с использованием уравнений, неравенств и их систем.

Координаты и функции

Линейная диаграмма; столбчатая диаграмма.

Координатный луч. Координата точки.

Координатная прямая и координатная плоскость. Нахождение координат точки на координатной прямой или на координатной плоскости. Построение точки по ее координатам. Расстояние между точками в координатах.

График уравнения с двумя переменными. Уравнение прямой. Уравнение окружности. Функция. Область определения и множество (область) значений функции. Способы задания функции. График функции.

Возрастание и убывание функции. Нули функции. Наибольшее и наименьшее значения функции. Промежутки знакопостоянства функции.

*Свойства функции $y = kx$ и ее график.

*Свойства функции $y = ax + b$ и ее график.

*Свойства функции $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) и ее график.

*Свойства функции $y = x^2$ и ее график.

*Свойства функции $y = x^3$ и ее график.

*Свойства функции $y = \sqrt{x}$ и ее график.

*Свойства функции $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) и ее график.

Числовая последовательность.

*Арифметическая прогрессия. Формулы n -го члена и суммы n первых членов арифметической прогрессии.

*Геометрическая прогрессия. Формулы n -го члена и суммы n первых членов геометрической прогрессии.

Геометрические фигуры и их свойства

Плоские и пространственные фигуры.

Точка, прямая, плоскость. Отрезок, ломаная, луч. Полуплоскость.

Куб, прямоугольный параллелепипед и их изображение.

Осесимметричные и центрально-симметричные фигуры.

Равные фигуры.

Взаимное расположение точек на прямой, точек и прямых на плоскости.

Сравнение и измерение отрезков и углов.

Угол. Развернутый угол. Прямой, острый и тупой углы. Биссектриса угла. Смежные и вертикальные углы, их свойства.

Пересекающиеся прямые. Углы при пересечении двух прямых третьей. Перпендикулярные прямые. Перпендикуляр и наклонная к прямой.

Треугольник, виды треугольников. Остроугольный, тупоугольный, равносторонний, равнобедренный, разносторонний треугольники. Прямоугольный треугольник, гипотенуза, катет. Медиана, биссектриса, высота треугольника.

*Признаки равенства треугольников.

*Равнобедренный треугольник. Свойства и признаки равнобедренного треугольника.

*Свойства серединного перпендикуляра.

*Свойства биссектрисы угла.

*Параллельные прямые. Признаки параллельности прямых. Свойства параллельных прямых.

*Сумма углов треугольника.

Внешний угол треугольника. Неравенство треугольника.

*Средняя линия треугольника и ее свойства.

*Теорема Фалеса.

Многоугольник, сумма углов многоугольника. Четырехугольник.

*Трапеция. Средняя линия трапеции и ее свойства.

*Параллелограмм. Признаки и свойства параллелограмма.

*Прямоугольник, ромб, квадрат, их свойства.

*Подобие треугольников. Признаки подобия треугольников. Коэффициент подобия.

*Свойство высоты, проведенной к гипотенузе прямоугольного треугольника.

*Теорема Пифагора.

Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Теорема синусов. Теорема косинусов. Решение треугольников.

Окружность и круг: центр, радиус, диаметр. Хорды, дуги окружности и их свойства.

*Центральный и вписанный углы.

Взаимное расположение прямой и окружности. Касательная к окружности.

*Окружность, вписанная в треугольник.

*Окружность, описанная около треугольника.

Правильный многоугольник.

Вписанные и описанные четырехугольники.

Геометрические величины

Длина отрезка. Расстояние между двумя точками. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между параллельными прямыми. Длина ломаной. Периметр многоугольника.

Градусная и радианная меры угла. Градусная мера дуги. Измерение углов и дуг.

Площадь фигуры. Площадь прямоугольника, квадрата, многоугольника.

*Формулы для вычисления площади треугольника, трапеции, параллелограмма, ромба.

Длина окружности и ее дуги. Число π .

Площадь круга, сектора.

Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда, куба.

Объем прямоугольного параллелепипеда и куба.

Единицы измерения длины, площади, объема. Переход от одних единиц измерения данной величины к другим единицам измерения. Действия над величинами.

Геометрические построения

Построения прямого угла с помощью угольника.

Построения угла с данной градусной мерой с помощью транспортира.

Круговые диаграммы.

Построение с помощью циркуля и линейки серединного перпендикуляра к отрезку; угла, равного данному; биссектрисы угла.

II. ТРЕБОВАНИЯ К ПОДГОТОВКЕ АБИТУРИЕНТОВ

Числа и вычисления

Знать и правильно использовать термины, связанные с числами: натуральное число; целое число; дробное число; рациональное число; иррациональное число; действительное число; положительное число; отрицательное число; стандартный вид числа; модуль числа; числовой промежуток; конечная десятичная дробь; бесконечная периодическая десятичная дробь; бесконечная непериодическая десятичная дробь; десятичное приближение действительного числа; процент; пропорция; прямая и обратная пропорциональность; корень n -й степени из числа; арифметический квадратный корень из числа; среднее арифметическое нескольких чисел; среднее

геометрическое двух чисел; число a равно числу b ; число a больше числа b ; число a меньше числа b ; число a больше или равно числу b ; число a меньше или равно числу b ; синус угла; косинус угла; тангенс угла; котангенс угла, а также некоторые термины теории делимости натуральных чисел: четное число; нечетное число; простое число; составное число; делитель; кратное; разложение числа на множители.

Уметь проводить вычисления, обеспечивающие практические потребности: складывать, вычитать, умножать, делить рациональные числа; находить значения степени числа с натуральным и целым показателем; выполнять действия второй и третьей ступеней над числами, записанными в стандартном виде.

Уметь переходить от одной формы записи чисел к другой и при этом заменять обыкновенную дробь равной ей обыкновенной дробью с другим числителем и знаменателем; заменять целое число и десятичную дробь равной им обыкновенной дробью; заменять обыкновенную дробь по возможности конечной десятичной дробью; понимать невозможность представления обыкновенной дроби в виде конечной десятичной дроби; заменять десятичную дробь процентом; заменять процент десятичной дробью.

Уметь сравнивать и округлять числа; находить приближение по недостатку и по избытку с заданной точностью.

Уметь пользоваться на практике величинами: длина, площадь, мера угла; знать основные единицы измерения этих величин; уметь переходить от одной единицы измерения данной величины к другой.

Уметь решать текстовые задачи арифметическими способами.

Знать значения $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ при α , равном 0° , 30° , 45° , 60° , 90° , 180° , а также значения $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg} \alpha$ при α , равном 30° , 45° , 60° .

Знать основные числовые множества и их обозначения; знать, как обозначаются числовые промежутки, и уметь пользоваться этими обозначениями при решении задач.

Выражения и их преобразования

Знать и правильно использовать термины: выражение; числовое выражение; значение числового выражения; переменная; выражение с переменными; степень; основание степени; показатель степени; степень с натуральным показателем; степень с целым показателем; одночлен; многочлен; целое выражение; рациональное выражение; иррациональное выражение; тождество; тождественное преобразование выражения; область определения выражения.

Уметь определять порядок выполнения действий в числовом выражении и находить его значение.

Уметь находить значение выражения с переменными при данных значениях переменных.

Уметь составлять несложные выражения по их описаниям.

Уметь находить область определения выражения с переменными.

Знать и уметь применять формулы сокращенного умножения.

Уметь выполнять тождественные преобразования рациональных выражений посредством приведения подобных слагаемых, раскрытия скобок, вынесения общего множителя за скобки, формул сокращенного умножения.

Уметь выполнять тождественные преобразования несложных тригонометрических выражений при решении треугольников.

Уметь выполнять на основе свойств квадратных корней тождественные преобразования несложных иррациональных выражений, включая вынесение множителя из-под знака корня и внесение множителя под знак корня.

Уравнения и неравенства

Знать и правильно использовать термины: формула; равенство; неравенство; уравнение; корень уравнения; числовое неравенство; неравенство с переменной; решение неравенства; система уравнений; система неравенств; решение системы; равносильные уравнения; равносильные неравенства; равносильные системы.

Знать, что значит решить уравнение, неравенство, систему уравнений или неравенств.

Знать основные приемы равносильных преобразований уравнений, неравенств, систем уравнений и неравенств.

Уметь решать линейные и квадратные уравнения и неравенства.

Знать и уметь применять теорему Виета.

Уметь решать рациональные уравнения, рациональные неравенства.

Уметь решать системы линейных неравенств с одной переменной.

Уметь решать системы линейных уравнений с двумя переменными; системы уравнений с двумя переменными, из которых одно уравнение линейное, а другое — квадратное.

Уметь использовать уравнения, неравенства и их системы для решения текстовых задач.

Координаты и функции

Знать и правильно использовать термины: координатная прямая; координатная плоскость; координаты точки; абсцисса точки; ордината точки; функция; аргумент функции; значение функции; график функции; область определения функции; область значений функции; нули функции; возрастание функции, убывание функции; промежутки возрастания функции, промежутки убывания функции; линейная функция; угловой коэффициент прямой; прямая пропорциональность, обратная пропорциональность; квадратная (квадратичная) функция; парабола; вершина параболы; гипербола; арифметическая прогрессия; разность арифметической прогрессии; геометрическая прогрессия; знаменатель геометрической прогрессии.

Уметь изображать число на координатной прямой и определять координату точки на координатной прямой; изображать точку на координатной плоскости и определять ее координаты на этой плоскости.

Уметь изображать числовую информацию в виде схем, диаграмм, графиков, считывать информацию с графика.

Уметь определять по графику функции промежутки ее возрастания и убывания, нули функции, наибольшее и наименьшее значения функции, промежутки знакопостоянства функции.

Уметь строить графики функций $y = kx$, $y = ax + b$, $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$), $y = \sqrt{x}$, $y = x^2$, $y = x^3$, $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

Уметь находить n -й член и сумму n первых членов арифметической и геометрической прогрессий.

Геометрические фигуры и их свойства

Знать и правильно использовать термины:

- точка, прямая, луч, отрезок;
- параллельные прямые; пересекающиеся прямые; соответственные углы, внутренние накрест лежащие углы, внутренние односторонние углы при пересечении двух прямых третьей; перпендикулярные прямые; перпендикуляр к прямой; серединный перпендикуляр к отрезку; наклонная к прямой; проекция точки на прямую; проекция отрезка на прямую;
- угол; сторона угла; вершина угла; прямой угол; острый угол; тупой угол; развернутый угол; полный угол; биссектриса угла; смежные углы; вертикальные углы;

- ломаная; вершины ломаной; звенья ломаной; многоугольник; углы многоугольника; стороны многоугольника; вершины многоугольника; диагонали многоугольника; выпуклые и невыпуклые многоугольники; внешний угол многоугольника; правильные многоугольники;

- треугольник; равнобедренный треугольник; основание равнобедренного треугольника; боковая сторона равнобедренного треугольника; равносторонний треугольник; прямоугольный треугольник; гипотенуза; катет; разносторонний треугольник; остроугольный треугольник; тупоугольный треугольник; высота треугольника; биссектриса треугольника; медиана треугольника; средняя линия треугольника;

- окружность; круг; центр окружности (круга); радиус окружности (круга); диаметр окружности (круга); дуга окружности; сектор; касательная к окружности; секущая окружности; центральный угол; вписанный угол; окружность, описанная около многоугольника; окружность, вписанная в многоугольник;

- четырехугольник; трапеция; основание трапеции; боковая сторона трапеции; высота трапеции; средняя линия трапеции; равнобедренная трапеция; прямоугольная трапеция; параллелограмм; прямоугольник; ромб; квадрат;

- равные фигуры; подобные фигуры; коэффициент подобия;
- осесимметричные и центрально-симметричные фигуры;
- параллелепипед; прямоугольный параллелепипед; куб.

Знать основные геометрические факты:

- свойства смежных углов; свойства вертикальных углов; свойства углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых третьей прямой;

- свойство серединного перпендикуляра к отрезку; свойство биссектрисы угла;

- свойство углов треугольника; свойство внешнего угла треугольника; свойство сторон треугольника; теорему косинусов; теорему синусов; свойство биссектрисы треугольника; свойство точки пересечения биссектрис треугольника; свойство точки пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника; свойства средней линии треугольника;

- свойство углов при основании равнобедренного треугольника; свойства медианы, биссектрисы, высоты, проведенных к основанию равнобедренного треугольника;

- теорему Пифагора;

- свойство углов трапеции, прилежащих к боковой стороне; свойства средней линии трапеции;
- свойства углов параллелограмма; свойство сторон параллелограмма; свойство диагоналей параллелограмма;
- свойство диагоналей прямоугольника;
- свойство диагоналей ромба;
- свойство угла, вписанного в окружность; свойство касательной к окружности;
- признаки параллельности прямых; признаки равенства треугольников; признаки подобия треугольников;
- признаки равнобедренного треугольника; признаки параллелограмма; признаки прямоугольника; признаки ромба; признаки квадрата;
- свойство точки пересечения медиан треугольника; свойство медианы, проведенной к гипотенузе прямоугольного треугольника; свойство высоты, проведенной к гипотенузе прямоугольного треугольника;
- свойства вписанных и описанных четырехугольников.

Уметь применять при решении задач определения, свойства и признаки геометрических фигур.

Геометрические величины

Знать и правильно использовать термины: длина отрезка; длина ломаной; периметр многоугольника; длина окружности; расстояние между точками; расстояние от точки до прямой; расстояние между параллельными прямыми; площадь фигуры; площадь многоугольника; площадь круга; объем тела; градусная мера угла; радианная мера угла; угол между прямыми.

Уметь находить длину ломаной; периметр многоугольника; длину окружности; длину дуги окружности; площадь квадрата, прямоугольника, треугольника, трапеции, параллелограмма, ромба, круга, сектора; объем и полную поверхность прямоугольного параллелепипеда и куба.

Знать формулы:

- длины окружности;
- площади треугольника по стороне и проведенной к ней высоте, по двум сторонам и углу между ними, по периметру и радиусу вписанной окружности, по сторонам и радиусу описанной окружности;
- площади четырехугольника по диагоналям и углу между ними;
- площади трапеции по ее основаниям и высоте;

- площади параллелограмма по стороне и проведенной к ней высоте, по двум сторонам и углу между ними;
- площади прямоугольника по сторонам;
- площади правильного многоугольника;
- площади круга и сектора;
- объема прямоугольного параллелепипеда.

Уметь использовать геометрические величины при решении задач.

Геометрические построения

Уметь пользоваться линейкой с делениями, транспортиром, угольником, циркулем для выполнения измерений и реальных построений.

Знать, какие элементарные построения можно выполнить с помощью линейки, какие — с помощью циркуля.

Уметь строить отрезок данной длины; отрезок, равный данному отрезку; угол данной величины; угол, равный данному углу; окружность с данным радиусом.

Уметь с помощью циркуля и линейки:

- строить серединный перпендикуляр к отрезку;
- строить биссектрису угла;
- разделить данный отрезок на равные части.