

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

**УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«ОРШАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ МЕХАНИКО-
ЭКОНОМИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ»**

УТВЕРЖДАЮ

Директор УО ОГМЭК

_____ Н.П.Дервояд

«__» _____ 20__ г.

Математика

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

**по изучению учебной дисциплины,
задания для контрольных работ и
рекомендации по их выполнению
для учащихся заочной формы обучения**

Для специальности

2 – 27 01 01

«Экономика и организация производства»

ОРША

2011

Автор *Т.В.Овсянникова*, преподаватель Оршанского государственного механико-экономического колледжа

Рецензент *Л.В.Алганова*, преподаватель Оршанского государственного механико-экономического колледжа

Методические рекомендации разработаны на основе типовой учебной программы дисциплины «Математика», утвержденной Министерством образования Республики Беларусь для учреждений, обеспечивающих получение среднего специального образования 2011 г.

Методические рекомендации обсуждены и одобрены на заседании цикловой комиссии естественно-математических дисциплин и рекомендованы к утверждению

Протокол № 2 от «02» сентября 2011г.

Председатель цикловой комиссии естественно-математических дисциплин	Т.В.Овсянникова
Заместитель директора по УР	А.А.Зулев
Заместитель директора по УМР	Н.В.Миронова
Методист заочного отделения	Т.А.Фирсова

СОДЕРЖАНИЕ

1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА	4
2. ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН	6
3. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	8
4. ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ТРЕБОВАНИЙ К ЗНАНИЯМ И УМЕНИЯМ УЧАЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИКА»	14
5. ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	16
6. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ДОМАШНИХ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ	17
7. РЕКОМЕНДАЦИИ К ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ (полезные советы)	18
8. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ДОМАШНЕЙ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ	19
9. РЕШЕНИЕ НУЛЕВОГО ВАРИАНТА	20
10. ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА	27
11. ПЕРЕЧЕНЬ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ВОПРОСОВ для подготовки к экзамену	34
12. ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ для подготовки к экзамену	36
13. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ УЧАЩИХСЯ НА ЭКЗАМЕНЕ	38

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Потенциал математического образования. Современное состояние развития общества характеризуется математизацией и информатизацией всего научного знания. В условиях наукоемкости производства востребован творческий уровень образования специалистов. Обладая огромным эвристическим потенциалом, математика облегчает стратегические оценки широкого спектра задач, обеспечивает экономическое развитие общества.

Важность математического образования обусловлена еще тем, что математика - неотъемлемая и существенная часть общечеловеческой культуры. Поэтому следует подчеркнуть большую роль математического образования при формировании общей культуры человека.

Математическое образование значимо не только для общественного прогресса, оно не менее актуально для непрерывного образования и личностного развития каждого человека. Уже по самой своей сути математика как дисциплина (в процессе ее изучения) способствует формированию абстрактного, логического, алгоритмического мышления учащихся. В условиях профессионального образования математические знания обучающихся предстают как средство развития личности, как способ освоения определенной деятельности, в частности профессиональной.

В соответствии с теми возможностями, которые представляет математика, определяются цели и задачи математического образования учащихся учреждений, обеспечивающих получение среднего специального образования (далее - средние специальные учебные заведения).

Цель математического образования в средних специальных учебных заведениях (ССУЗ) выражается в единстве трех ее составляющих – личностной, познавательной, профессиональной:

- 1) Удовлетворение личностных потребностей учащихся в соответствующем уровне математического образования;
- 2) Обеспечение качества математического образования учащихся в соответствии с интересами общества и государства;
- 3) Формирование математической компетентности учащихся для последующего осуществления профессиональной деятельности и продолжения образования.

Исходя из этого, основными задачами математического образования учащихся в ССУЗ являются:

- Формирование математической компетентности учащихся в контексте будущей профессиональной деятельности и для продолжения образования;
- Обучение учащихся навыкам использования основных общенаучных методов познания с целью их последующего применения в профессиональной деятельности для анализа и исследования реальных процессов и явлений;
- Формирование представлений о методологическом значении и роли математики в научно-техническом (общественном) прогрессе, о культурологической сущности математики.

**ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ
«МАТЕМАТИКА»**

Раздел, тема	Количество часов			
	Всего		практические занятия	
1	д\о	з\о	д\о	з\о
Введение	1			
Раздел 1. Линейная алгебра	12		4	
1.1. Определение матрицы. Действие под матрицами	2	2	2	2
1.2. Определитель матрицы. Свойства и вычисления определителей	4			
1.3. Обратная матрица	2			
1.4. Система линейных уравнений	2	2		2
1.5. Матрицы в экономических предложениях.	2			
Раздел 2. Пределы функций. Дифференциальное исчисление.	16		4	
2.1. Свойства и графики элементарных функций.	2			
2.2. Предел функции	2		2	2
2.3. Непрерывность функции	2	2		
2.4. Производная. Основные формулы и правила дифференцирования.	2		2	
2.5. Применение понятия производной в экономике	2			
2.6. Приложения производной к исследованию функций	2			
2.7. Функции нескольких переменных.	4			
Раздел 3. Интегральное исчисление	10		4	
3.1. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования.	4	2		2
3.2. Определенный интеграл. Методы вычисления определенных интегралов.	4		2	
3.3. Приложения определенного интеграла.	2		2	
Раздел 4. Дифференциальные уравнения.	12		4	
4.1 Задачи, приводящие к понятию дифференциальных уравнений. Основные понятия и опреде-	4	2		2

ления				
4.2. Дифференциальные уравнения первого порядка.	4		2	
4.3. Дифференциальные уравнения второго порядка.	4		2	
Раздел 5. Элементы теории вероятности и математической статистики.	23	2	4	2
5.1. Случайные события. Вероятность событий.	2			
5.2. Основные теоремы теории вероятности их следствия.	3			
5.3. Последовательность независимых испытаний.	3			
5.4. Случайная величина и ее числовые характеристики.	4			
5.5. Предмет математической статистики.	3			
5.6. Статистическое оценивание неизвестных числовых характеристик.	4			
5.7. Совместные распределения случайных величин. Уравнение линейной регрессии.	3			
Обязательная контрольная работа	1			
Раздел 6. Понятие о линейном программировании.	16		4	
6.1. Решение систем линейных неравенств.				
6.2. Понятие о задачах линейного программирования.	4		2	
6.3. Задача на составление плана (оптимальный план)	2			
6.4. Задача на составление плана (организация снабжения)	2			
6.5. Транспортная задача.	2			
Итого	2		2	
	90	12	24	12

СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

тема	Содержание
Введение	Математика и научно-технический прогресс. Понятие о математическом моделировании. Роль математических методов в экономике на современном этапе.
Раздел 1. Линейная алгебра	
1.1. Определение матрицы. Действие над матрицами.	Определение матриц. Виды матриц. Равенство матриц. Транспонированная матрица. Операции сложения и вычитания матриц. Умножение матрицы на число. Умножение матриц. Основные свойства операций над матрицами.
1.2. Определитель матрицы. Свойства и вычисление определителей.	Определитель квадратной матрицы. Вычисление определителей второго и третьего порядка. Основные свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения элементов определителя. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Вычисление определителей.
1.3. Обратная матрица.	Определение обратной матрицы. Теорема о существовании обратной матрицы. Вычисление обратной матрицы.
1.4. Системы линейных уравнений.	Система m линейных уравнений с n неизвестными. Запись системы линейных уравнений в виде матричного уравнения, решение системы. Теорема Крамера. Применение формул Крамера для решения

	систем линейных уравнений. Метод последовательного исключения неизвестных для решения систем линейных уравнений (методом Гаусса). Применение метода Гаусса для решения задач линейной алгебры.
1.5. Матрицы в экономических приложениях.	Составление математических моделей различных экономических ситуаций.
Раздел 2. Пределы функций. Дифференциальное исчисление.	
2.1. Свойства и графики элементарных функций.	Понятие функции. Числовая функция. Область определения и область значений функции. Способы задания функции. Четность, периодичность, монотонность, ограниченность функций. Свойства и графики элементарных функций. Примеры применения элементарных функций в экономике.
2.2. Предел функции.	Определение предела функции. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Основные теоремы о пределах.
2.3. Непрерывность функции.	Непрерывность функции в точке и на промежутке. Непрерывность элементарных функций. Основные теоремы о непрерывных функциях. Классификация точек разрыва функции. Асимптоты графика функции.
2.4. Производная. Основные формулы и правила дифференцирования.	Понятие производной, ее геометрический, физический и экономический смысл. Основные правила и формулы дифференцирования. Зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью. Дифференцирование сложных функций. Производные высших порядков. Понятие дифференциала

	ла функции, его геометрический и экономический смысл. Применение дифференциала для приближенных вычислений.
2.5. Применение понятия производной в экономике.	Применение понятия производной в экономике. Эластичность предложения относительно цены и дохода. Предложение и эластичность предложения.
2.6. Приложения производной к исследованию функций.	Постановка задачи исследования функции. Признаки постоянства, возрастания и убывания функции. Необходимое условие экстремума функции. Достаточные условия экстремума функции. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на промежутке. Вогнутость и выпуклость графика функции. Точки перегиба.
2.7. Функции нескольких переменных	Понятие о функции нескольких переменных. Предел и непрерывность. Частные производные. Применение частных производных в экономике. Полный дифференциал и его применение в приближенных вычислениях. Экстремум функций нескольких переменных. Необходимые условия экстремума. Задачи нахождения минимума и максимума экономических функций. Понятие об эмпирических формулах. Метод наименьших квадратов. Задачи с экономическим содержанием.
Раздел 3. Интегральное исчисление.	
3.1. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования.	Первообразная функция, или неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла. Правила и формулы интегрирования. Основные мето-

	ды интегрирования: непосредственное интегрирование, метод подстановки, интегрирование по частям.
3.2. Определенный интеграл. Методы вычисления определенных интегралов.	Определенный интеграл, его геометрический и физический смысл. Формула Ньютона-Лейбница. Основные свойства определенного интеграла. Методы вычисления определенного интеграла: интегрирование по частям, замена переменной. Определенный интеграл как предел интегральной суммы. Понятие о приближенном вычислении определенного интеграла.
3.3. Приложения определенного интеграла.	Применение определенного интеграла для вычисления площадей плоских фигур. Применение определенного интеграла в экономике.
Раздел 4. Дифференциальные уравнения.	
4.1. Задачи, приводящие к понятию дифференциальных уравнений. Основные понятия и определения.	Задачи, приводящие к понятию дифференциальных уравнений. Основные понятия. Общий вид дифференциального уравнения. порядок дифференцирования. Линейное дифференциальное уравнение. Общее решение дифференциального уравнения. Частное решение.
4.2. Дифференциальные уравнения первого порядка.	Дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения первого порядка с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
4.3. Дифференциальные уравне-	Понятие комплексного числа.

<p>ния второго порядка.</p>	<p>Общий вид дифференциального уравнения второго порядка. Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка.</p>
<p>Раздел 5. Элементы теории вероятности и математической статистики.</p>	
<p>5.1. Решение задач на вычисление вероятностей.</p>	<p>Случайные события и операции над ними. Классическое определение вероятности. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Независимость событий. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса.</p>
<p>5.2. Применение формул Бернулли и Пуассона для вычисления вероятностей.</p>	<p>Задачи комбинаторики. Размещение. Перестановки. Сочетания. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Закон Пуассона.</p>
<p>5.3. Случайные величины.</p>	<p>Дискретная случайная величина, закон ее распределения. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Непрерывная случайная величина, ее характеристики.</p>
<p>5.4. предмет математической статистики. Числовые характеристики выборки.</p>	<p>Предмет математической статистики. Основные понятия математической статистики. Выборка. выборочные распределения. геометрическая интерпретация статических распределений выборки: полигон частот. Полигон относительных частот. Гистограмма относительных частот. Числовые характеристики выборки: выборочная и генеральная средняя. Выборочная и генеральная дисперсия. вычисление дисперсии. Практические занятия. построе-</p>

	ние полигонов и гистограмм частот по данному распределению выборки. Нахождение числовых характеристик выборки.
5.5. статическое оценивание неизвестных числовых характеристик событий и случайных величин.	Теоретические и эмпирические характеристики событий и случайных величин. Выборочное среднее. Выборочная дисперсия. исправленная выборочная дисперсия. Эмпирическая функция распределения выборки. Практические знания. Построение эмпирической функции распределения. Вычисление статистических характеристик.
5.6. Совместные распределения случайных величин. Уравнение линейной регрессии.	Статистическая зависимость. Корреляционная зависимость. Корреляционная таблица. Условные и безусловные распределения случайной величины. понятие об уравнениях регрессии. Нахождение выборочного уравнения линейной регрессии методом наименьших квадратов.
Раздел 6. Понятия о задачах линейного программирования.	
6.1. Решение систем линейных неравенств.	Системы линейных неравенств. Понятие о графическом методе решения задач линейного программирования.
6.2. Понятие о задачах линейного программирования.	Решение задач на составление оптимального плана. Решение задач на составление смеси. Решение транспортной задачи.

ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ТРЕБОВАНИЙ К ЗНАНИЯМ И УМЕНИЯМ УЧАЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИКА»

В области высшей математики специалист должен иметь представление:

- о месте математики и методах математического и математико - статистического моделирования в системе наук;
- о математике, и методах математико – статистического моделирования как о своеобразном способе познания и управления экономическими процессами и явлениями
- о содержании основных разделов высшей математики, математического программирования и моделирования;
- о программном и математическом обеспечении информационных систем;
- о математических и численных методах решения реальных экономических задач, о прикладном программном обеспечении персональных электронно - экономических процессов;
- о принципах системного анализа, построения и использования моделей для описания и прогнозирования социально- экономических процессов;

Знать и уметь использовать:

- элементы аналитической геометрии на плоскости, методы линейной алгебры и матричного анализа;
- простейшие методы дифференциального и интегрального исчисления;
- понятия и основные положения теории вероятностей и математической статистике;
- программное, математическое и информационное обеспечение информационных систем;
- современные экономико - математические методы и информационные технологии, используемые для прогнозирования, оптимального планирования и регулирования, а также экономического анализа конкретных экономических процессов и явлений;

Владеть:

- методами дифференциального и интегрального исчисления при исследовании экономических функций;

- методом наименьших квадратов для выравнивания эмпирических данных;
- операциями над матрицами;
- основами математического программирования, теории вероятностей и математической статистики;
- методами экономико-математического моделирования в планировании, анализе управлении производством, а также в поиске новых форм организации производства и труда;

Иметь навыки:

- постановки и формирования экономико-математических задач прогнозирования, планирования, оперативного управления и анализа хозяйственной деятельности конкретных предприятий;
- решения графическим способом систем линейных неравенств;
- дифференцирования и интегрирования функций;
- разработки вариантов управленческих решений и обоснования их выбора по критериям социально-экономической эффективности;
- работы со специальными пакетами прикладных программ.

ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- 1) Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления для ВТУЗов. - Москва, 1963
- 2) Гусак А.А. Высшая математика: В 2 т. - Мн.: Тетрасистемс, 1998-2009
- 3) Гусак А.А. Задачи и упражнения по высшей математике: В 2 т. - Мн.: Выш. шк., 1988
- 4) Гусак А.А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра: Справочное пособие к решению задач. - Мн.: Тетрасистемс, 2003
- 5) Гусак А.А. Пособие к решению задач по высшей математике. - Мн., Изд. БГУ, 1973
- 6) Черненко В. Д. Высшая математика в примерах и задачах. В трех частях. Санкт-Петербург 2003
- 7) Малугин В. А. Математика для экономистов: Линейная алгебра. Задачи и упражнения. - М.: Эксмо, 2006
- 8) Бугров Я. С., Никольский С. М. Дифференциальное и интегральное исчисление. М., «Наука», 1988
- 9) Герасимович А. И., Рысюк Н. А. Математический анализ. Ч. 1, 2. Минск, «Вышэйшая школа», 1990
- 10) Данко П. Е., Попов А. Г., Кожевникова Т. Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч. 1, 2. Минск, «Вышэйшая школа», 1986
- 11) Жевняк Р. М., Карпук А. А. Высшая математика. Ч. 1, 2. Минск, «Вышэйшая школа», 1985
- 12) Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа. М., «Наука», 1989
- 13) Щипачев В. С. Высшая математика. М., «Высшая школа», 1985
- 14) Лунгу К.Н., Макаров Е.В. Высшая математика: руководство к решению задач. Ч. 1-2. – М.: Физматлит, 2004.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ДОМАШНИХ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Изучение основ данной дисциплины создает базу для более глубокого изучения математики на ступени среднего специального образования, дает возможность формированию у будущих специалистов основ для самостоятельной деятельности.

Выполнение заочниками контрольных работ является неотъемлемой частью учебного процесса. Этот вид учебной работы помогает более глубоко усвоить учебный материал и закрепить знания по «Математике», приобрести навыки самостоятельного обучения, обобщения и анализа теоретического и практического материала.

К выполнению контрольной работы следует приступить только после изучения необходимой литературы, ознакомления с настоящими методическими рекомендациями, подбора и изучения рекомендуемой литературы, примерный перечень которой указан в настоящих методических указаниях по каждой теме.

Учащимся предлагаются варианты контрольных работ, которые ему, в соответствии с полученным шифром, необходимо выполнить. Выполнение работы осуществляется в обыкновенной ученической тетради из 12 страниц, на обложке которой Вами должен быть указан ваш реквизит. В тетради отводятся поля для заметок рецензента, пронумеровываются страницы.

Далее в установленном порядке дается решение каждого задания. Решения должны быть четкими, понятными и достаточными. В конце работы, после решений составляется список использованной литературы. Количество источников не должно ограничиваться одним автором или единственным справочником. Необходимо тщательно проанализировать литературу, осмыслить ее и только после этого приступить к написанию работы.

Работа должна быть написана и сдана на рецензию в сроки, устанавливаемые по плану заочным отделением колледжа. Проверка ее не должна превышать семи дней с момента регистрации на отделении.

Если по каким-то причинам работа не зачтена, то рецензент обязан указать эти причины, дать необходимый совет, откуда и что взять, как провести работу над ошибками. Автор контрольной работы обязан внимательно ознакомиться с рецензией на его работу и, если есть замечания, выполнить в той же тетради работу над ошибками и повторно сдать ее на рецензию.

РЕКОМЕНДАЦИИ К ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ (полезные советы)

*Начало - это, по всей видимости,
Большие половины всего дела»
Аристотель.*

*«Научись властвовать собой,
Тогда будешь властвовать другими»
М. Монтень.*

- Не начинайте работу над новым материалом, если у Вас есть другая неотложная работа, от которой Вы не можете отвлечься.
- Заранее наметьте срок начала выполнения контрольной работы и к этому сроку приготовьте всю нужную литературу и две тонкие тетрадки.
- Начните работу в самое спокойное и тихое время: рано утром (пока все еще спят) или поздно вечером (когда все уже спят).
- Расположитесь удобно и уютно, но непременно за столом в положении сидя и при достаточном освещении.
- Можете включить тихую спокойную музыку и запасть чашкой кофе (чая и т.д.). Напиток должен быть безалкогольный.
- Уберите со стола все посторонние предметы и расположите на нем только учебники по математике и две тетради. На обложке одной из тетрадей напишите «Контрольная работа» («КР»), а на другой обложке - «Конспект». Тетради должны заполняться попеременно.
- Выберите из методических указаний то задание, которое Вам более понятно.
- В тетрадь «КР» полностью запишите условия задачи.
- Результаты первых размышлений обязательно изображайте на каком-нибудь листе бумаги, не заботясь о красоте и точности.
- Возникающие вопросы (сначала «Что это такое?», а потом уже «Как это сделать?») записывайте в «Конспект», ответы на них найдите в учебнике и запишите в той же тетради. Руководствуйтесь главой «Решение типового варианта» данных методических указаний (найдите там задание с нужным номером). Прочитайте **Указание**.
- Все возникшие идеи фиксируйте на листочке. Когда почувствуете, что они приобрели некоторую стройность, перенесите результат в тетрадь «Контрольная работа». Даже если Ваши выводы не совсем правильные, Вам есть, что обсудить с преподавателем во время консультации.
- Если Вы еще не поверили в успех всего предпринятого выше, то удалите следующие 10-15 минут изучению **Решения** типового номера. После этого идите отдыхать и ждите результата,- повторение опыта будет намного проще и продуктивнее.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ДОМАШНЕЙ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Работа может быть зачтена, если выполнены основные требования методических рекомендаций для написания домашних контрольных работ: правильно решено не менее 4 заданий.

Работа не зачтена:

1. Если вариант работы не соответствует варианту по шифру обучающегося
2. Если работа выполнена неразборчивым почерком.
3. Если правильно решено менее 4 заданий или допущены существенные ошибки при выполнении заданий контрольной работы

К существенным ошибкам относятся ошибки, свидетельствующие о том, что обучающийся не знает формулы, не усвоил математические понятия, правила, утверждения, не умеет оперировать ими и применять к выполнению заданий и решению задач.

РЕШЕНИЕ НУЛЕВОГО ВАРИАНТА:

Перечислим правила дифференцирования:

1. $C' = 0$;
2. $(u \pm v)' = u' + v'$;
3. $(uv)' = u'v + uv'$;
4. $(Cf)' = Cf'$;
5. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

Производная сложной функции вида $y = f(g(x))$ равна
 $y' = f'(g(x))g'(x)$.

Приведем таблицу производных основных элементарных функций:

1. $(kx + b)' = k$
2. $(x^n)' = nx^{n-1}$
3. $(x^2)' = 2x$
4. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
5. $\sin'x = \cos x$
6. $\cos'x = -\sin x$
7. $\operatorname{tg}'x = \frac{1}{\cos^2 x}$
8. $\operatorname{ctg}'x = -\frac{1}{\sin^2 x}$
9. $(a^x)' = a^x \ln a$
10. $(e^x)' = e^x$
11. $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$
12. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$
13. $(\operatorname{arcsin} x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
14. $(\operatorname{arccos} x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
15. $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$

$$16. (\operatorname{arccctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$$

1. Найдите производные функции:

$$y = 5x^2 \sin x.$$

Решение. Вычислим производную заданной функции:

$$y' = (5x^2 \sin x)' = (5x^2)' \sin x + 5x^2 (\sin x)' = 10x \sin x + 5x^2 \cos x = 5x(2 \sin x + x \cos x).$$

2. Вычислите значение первой производной заданной функции

$$y = \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}$$

$$\text{в точке } x_0 = \frac{\pi}{2}$$

Решение. Найдем первую производную функции:

$$\begin{aligned} y' &= \frac{(1 - \sin x)'(1 + \sin x) - (1 + \sin x)'(1 - \sin x)}{(1 + \sin x)^2} \\ &= \frac{-\cos x(1 + \sin x) - \cos x(1 - \sin x)}{(1 + \sin x)^2} \\ &= \frac{-\cos x - \cos x \sin x - \cos x + \cos x \sin x}{(1 + \sin x)^2} \\ &= \frac{-2 \cos x}{(1 + \sin x)^2} \end{aligned}$$

Найдем значение производной в точке x_0

$$y' \left(\frac{\pi}{2} \right) = \frac{-2 \cos \frac{\pi}{2}}{\left(1 + \sin \left(\frac{\pi}{2} \right) \right)^2} = \frac{-2 \cdot 0}{(1 + 1)^2} = 0$$

3.

а) Решите систему линейных уравнений методом Гаусса:

Решение. Составим матрицу системы A и ее расширенную матрицу

B :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -3 & 1 \\ 4 & 1 & 9 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 12 \\ 2 & -3 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & -9 & 9 \end{pmatrix}$$

Вычислим определитель матрицы A :

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \\ 4 & 1 & -9 \end{vmatrix} = (1 \cdot (-3) \cdot (-9) + 1 \cdot 4 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \cdot 2) - (2 \cdot (-3) \cdot 4 + 1 \cdot 1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 \cdot (-9)) = 120$$

Поскольку $\det A \neq 0$, ранг матрицы системы и ранг ее расширенной матрицы равны 3: $r(A) = r(B) = 3$. Следовательно, система совместна, а так как количество переменных в ней тоже равно 3, она имеет единственное решение. Для того, чтобы найти его методом Гаусса, исключим из второго и третьего уравнений переменную x_1 . С этой целью вычтем из второго уравнения первое, умноженное на 2, а из третьего – первое, умноженное на 4. В результате имеем систему:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 12, \\ -9x_2 - 3x_3 = -21, \\ -11x_2 - 17x_3 = -39. \end{cases}$$

Теперь в третьем уравнении следует избавиться от переменной x_2 . Для этого из третьего уравнения вычтем второе, умноженное на $\frac{9}{11}$. Тогда третье уравнение примет вид:

$$\begin{aligned} -11x_2 - \frac{11}{9}(-9x_2) - 17x_3 - \frac{11}{9}(-3x_3) &= -39 - \frac{11}{9}(-21), \\ -11x_2 + 11x_2 - \frac{153}{9}x_3 + \frac{33}{9}x_3 &= -39 + \frac{231}{9} \\ -\frac{120}{9}x_3 &= -\frac{120}{9} \end{aligned}$$

С учетом последних преобразований имеем:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 12, \\ -9x_2 - 3x_3 = -21, \\ -\frac{120}{9}x_3 = -\frac{120}{9} \end{cases}$$

Из третьего уравнения системы находим x_3 : $x_3 = 1$. Подставляем его во второе уравнение и вычисляем x_2 :

$$-9x_2 - 3 = -21, -9x_2 = -18, x_2 = 2.$$

Наконец, найденные значения x_2 и x_3 подставляем в первое уравнение и вычисляем x_1 :

$$x_1 + 6 + 2 = 12, x_1 = 4.$$

Таким образом, система имеет единственное решение $(4; 2; 1)$

б) Решите методом Крамера систему линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 + x_3 = 7, \\ x_1 + 5x_2 - 6x_3 = 1. \end{cases}$$

Решение. Составим матрицу системы A и ее расширенную матрицу B :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 1 & 5 & -6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 & 7 \\ 1 & 5 & -6 & 1 \end{pmatrix}$$

Вычислим определитель матрицы A :

$$\begin{aligned} \det A &= \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 1 & 5 & -6 \end{vmatrix} \\ &= (2 \cdot 0 \cdot (-6) + 1 \cdot 5 \cdot 3 + 1 \cdot 1 \cdot (-3)) - (1 \cdot 0 \cdot 1 + 2 \cdot 5 \cdot 1 + 3(-3)(-6)) = -52 \end{aligned}$$

Поскольку $\det A \neq 0$, ранг матрицы системы и ранг ее расширенной матрицы равны 3: $r(A) = r(B) = 3$. Следовательно, система совместна, а так как количество переменных в ней тоже равно 3, она имеет единственное решение. Найдем решение системы методом Крамера. Заметим, что определитель Δ уже найден: $\Delta = \det A = -52$. Остается вычислить определители $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 7 & 0 & 1 \\ 1 & 5 & -6 \end{vmatrix} \\ &= (2 \cdot 0 \cdot (-6) + 1 \cdot 5 \cdot 7 + 1 \cdot 1 \cdot (-3)) - (1 \cdot 0 \cdot 1 + 2 \cdot 5 \cdot 1 + 7(-3)(-6)) = -104 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_2 &= \begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \\ 1 & 1 & -6 \end{vmatrix} = (2 \cdot 7 \cdot (-6) + 1 \cdot 1 \cdot 3 + 1 \cdot 1 \cdot 2) - (1 \cdot 7 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \cdot 1 + 3 \cdot 2(-6)) = -52 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_3 &= \begin{vmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 3 & 0 & 7 \\ 1 & 5 & 1 \end{vmatrix} = (2 \cdot 0 \cdot 1 + 2 \cdot 5 \cdot 3 + 1 \cdot 7 \cdot (-3)) - (1 \cdot 0 \cdot 2 + 2 \cdot 5 \cdot 7 + 3 \cdot 1(-6)) = -52 \end{aligned}$$

Далее вычисляем значения неизвестных x_1, x_2, x_3 по формулам Крамера:

$$x_1 = \frac{-104}{-52} = 2, \quad x_2 = \frac{-52}{-52} = 1, \quad x_3 = \frac{-52}{-52} = 1.$$

4. Перечислим свойства определенного интеграла.

- $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx.$
- $\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx,$ где $k = \text{const}.$

- $\int_a^b (f(x) \pm g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx.$
- $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx,$ где $a < c < b.$

Решение. а) Применим метод непосредственного интегрирования:

$$\begin{aligned} \int_1^4 (x^2 + 2\sqrt{x}) dx &= \left(\frac{x^3}{3} + 2 \cdot \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \right) \Big|_1^4 \\ &= \left(\frac{4^3}{3} + 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 4^{\frac{3}{2}} \right) - \left(\frac{1^3}{3} + 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1^{\frac{3}{2}} \right) = \frac{64}{3} + \frac{8}{3} - \frac{1}{3} - \frac{4}{3} \\ &= \frac{67}{3} \end{aligned}$$

б) Воспользуемся методом подстановки: $x^2 + 6x = t, (2x + 6)dx = dt.$

Найдем пределы интегрирования для переменной t :

$$x = 4: t = 4^2 + 6 \cdot 4 = 40,$$

$$x = 8: t = 8^2 + 6 \cdot 8 = 112.$$

Тогда имеем:

$$\begin{aligned} \int_4^8 \frac{x+3}{x^2+6x} dx &= \frac{1}{2} \int_4^8 \frac{(2x+6)}{x^2+6x} dx = \frac{1}{2} \int_{40}^{112} \frac{dt}{t} = \frac{1}{2} \ln t \Big|_{40}^{112} \\ &= \frac{1}{2} (\ln 112 - \ln 40) = \frac{1}{2} \ln \frac{112}{40} = \frac{1}{2} \ln 2.8 \end{aligned}$$

в) Для вычисления данного интеграла используем метод интегрирования по частям:

$$u = \ln x, \quad dy = \frac{dx}{x}, \quad dv = dx, \quad v = x.$$

Далее, применяя формулу $\int u dv = uv - \int v du,$ получаем:

$$\begin{aligned} \int_1^e \ln x dx &= x \ln x \Big|_1^e - \int_1^e x \frac{dx}{x} = x \ln x \Big|_1^e - x \Big|_1^e \\ &= (e \ln e - 1 \cdot \ln 1) - (e - 1) = e - 0 - e + 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

5. Задача. В урне находятся 5 красных и 7 синих шаров. Найдите вероятность того, два наугад вытянутых из урны шара окажутся: а) красными, б) разных цветов.

Решение. а) Найдем вероятность того, что первый вытянутый из урны шар будет красным. Так как в урне всего 12 шаров, в том числе 5 красных, эта вероятность

$$p_1 = \frac{5}{12}$$

Теперь в урне осталось 11 шаров, в том числе 4 красных. Тогда вероятность того, что и второй вытянутый шар будет красным,

$$p_2 = \frac{4}{11}$$

Искомая вероятность определится как

$$p = p_1 p_2 = \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} = \frac{5}{33}$$

б) По аналогии с пунктом «а» найдем вероятность того, что первый вытянутый шар будет красным, а второй – синим:

$$p_1 = \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{11} = \frac{35}{132}$$

Теперь найдем вероятность того, что первый вытянутый шар будет синим, а второй – красным:

$$p_2 = \frac{7}{12} \cdot \frac{5}{11} = \frac{35}{132}$$

Очевидно, что в обоих случаях выполняется условие задачи, состоявшее в том, что два шара имеют разные цвета. Тогда искомая вероятность

$$p = p_1 + p_2 = \frac{35}{132} + \frac{35}{132} = \frac{35}{66}$$

6. Если в некоторой окрестности точки a , за исключением, возможно, самой этой точки, определены функции $f(x)$ и $g(x)$ и существуют пределы $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ и $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$, то справедливы соотношения:

1. $\lim_{x \rightarrow a} c = c$
2. $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \pm g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
3. $\lim_{x \rightarrow a} (f(x)g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
4. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$, если $\lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0$
5. $\lim_{x \rightarrow a} (cf(x)) = c \lim_{x \rightarrow a} f(x)$, следует из соотношения 3

Приведем замечательные пределы:

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e \approx 2.71828$

Найдите пределы:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x + 6}{5x^2 - 5x - 30} \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 6}{5x^2 - 5x - 30}$$

Решение.

а) при $x \rightarrow \infty$ имеем неопределенность вида ∞/∞ . Чтобы избавиться от нее, делим числитель и знаменатель на x^2 :

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x + 6}{5x^2 - 5x - 30} \\ = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 5/x + 6/x^2}{5 - 5/x - 30/x^2} = \frac{1 - 0 + 0}{5 - 0 - 0} = 0.2 \end{aligned}$$

б) При $x = 1$ значения числителя и знаменателя дроби конечны, причем знаменатель не равен нулю. Следовательно, данная функция непрерывна в точке $x = 1$. Тогда $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 6}{5x^2 - 5x - 30} = \frac{1 - 5 + 6}{5 - 5 - 30} = \frac{2}{-30} = -\frac{1}{15}$$

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Вариант 1

1. Найдите производную функции $y = 5x^2 - 2x + \frac{5}{x}$
2. Найдите производную функции и вычислите ее значение в данной точке: $S = \frac{1}{\sqrt{x^2+5}}$, $S'(2)$

3. Дана система линейных уравнений
$$\begin{cases} x - 2y + 4z = 6 \\ 2x - y + 3z = 11, \\ 4x + y - 5z = 9 \end{cases}$$

решите систему уравнений:

- а) с помощью определителей,
 - б) методом Гаусса,
 - в) с помощью обратной матрицы.
4. Вычислить интегралы:
а) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin x dx$ б) $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{6x dx}{(x^2-1)^3}$
 5. Задача. Сколькими способами из группы, включающей 25 учащихся, можно выбрать актив группы в составе старосты, физорга, профорга?
 6. Вычислить пределы
а) $\lim_{x \rightarrow 1} (9x^2 - 6x + 8)$ б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x-2}{x-1}$

Вариант 2

1. Найдите производную функции $y = \frac{x^5}{x^2+1}$
2. Найдите производную функции и вычислите ее значение в данной точке: $f(x) = x \cdot e^{x^2}$, $f'(0)$
3. Дана система линейных уравнений
$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 2 \\ 2x + y - 4z = 9 \\ 6x - 5y + 2z = 17 \end{cases}$$
, решите систему уравнений:

- а) с помощью определителей,
- б) методом Гаусса,
- в) с помощью обратной матрицы.

4. Вычислить интегралы:

а) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{2} \cos x dx$ б) $\int_2^3 (2x - 1)^4 dx$

5. Задача. Перед выпуском группа учащихся в 30 человек обменялась фото. Сколько всего было роздано фото?

6. Вычислить пределы

а) $\lim_{x \rightarrow 4} (x^4 - 2x + 5)$ б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 - 8}{x + 2}$

Вариант 3

1. Найдите производную функции $y = \sqrt{x^2 + 5}$
2. Найдите производную функции и вычислите ее значение в данной точке: $y = x\sqrt{1 + x^2}, y'(\sqrt{3})$
3. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} x - y + z = 6, \\ 2x + y + z = 3, \\ x + y + z = 5 \end{cases}, \text{ решите систему уравнений:}$$

- а) с помощью определителей,
- б) методом Гаусса,
- в) с помощью обратной матрицы.

4. Вычислить интегралы:

а) $\int_1^{16} (\sqrt{x} - 2) dx$ б) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos x dx}{\sin^3 x}$

5. Задача. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4 без повторения?

6. Вычислить пределы

а) $\lim_{x \rightarrow -1} (x^3 + x^2 - 11)$ б) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 4x - 21}{x - 7}$

Вариант 4

1. Найдите производную функции $y = \frac{x^2-4}{x^5}$
2. Найдите производную функции и вычислите ее значение в данной точке: $S = \frac{t}{e^t}$, $S'(0)$
3. Дана система линейных уравнений
$$\begin{cases} 2x + y - z = -4 \\ -x - 2y + 2z = 14 \\ 4x + 2y + z = 7 \end{cases}$$
 решите систему уравнений:
 - а) с помощью определителей,
 - б) методом Гаусса,
 - в) с помощью обратной матрицы.
4. Вычислить интегралы:
 - а) $\int_{-1}^1 (x^2 - 1) dx$
 - б) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\sin x dx}{(\cos x - 1)^2}$
5. Задача. Сколькими способами можно рассадить 10 гостей по десяти местам за праздничным столом?
6. Вычислить пределы
 - а) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 6x - 16)$
 - б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

Вариант 5

1. Найдите производную функции $y = \frac{\cos x}{1 - \sin x}$
2. Найдите производную функции и вычислите ее значение в данной точке: $f(x) = x \ln x - x$, $f'(e^3)$
3. Дана система линейных уравнений
$$\begin{cases} 3x - y + 4z = 4 \\ x + 2y - z = 4 \\ 2x + y + 2z = 16 \end{cases}$$
 решите систему уравнений:
 - а) с помощью определителей,
 - б) методом Гаусса,
 - в) с помощью обратной матрицы.
4. Вычислить интегралы:

а) $\int_0^2 (5x^3 + 6) dx$ б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{2 \sin x + 1}$

5. Задача. Сколько всего игр должны провести 20 футбольных команд в одно круговом чемпионате?

6. Вычислить пределы:

а) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 3x + 7)$ б) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 3x - 10}{x + 5}$

Вариант 6

1. Найдите производную функции $y = \ln \frac{x}{1-x^4}$

2. Найдите производную функции и вычислите ее значение в данной точке: $S = \sqrt[3]{t^2 + t + 2}$, $S'(2)$

3. Дана система линейных уравнений $\begin{cases} x + y - z = 2 \\ -2x + y + z = 3 \\ x + y + z = 6 \end{cases}$, решите систему уравнений:

а) с помощью определителей,

б) методом Гаусса,

в) с помощью обратной матрицы.

4. Вычислить интегралы:

а) $\int_1^4 (x^2 + 1) dx$ б) $\int_0^1 x^2 \cdot e^{x^3+1} dx$

5. Задача. Сколькими способами можно распределить 12 человек по бригадам, если в каждой бригаде по 6 человек?

6. Вычислить пределы

а) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + x - 2)$ б) $\lim_{x \rightarrow 11} \frac{x^2 - 121}{x - 11}$

Вариант 7

1. Найдите производную функции $y = \sin^4 x \cdot \cos x$

2. Найдите производную функции и вычислите ее значение в данной точке: $y = \frac{e^x}{1+e^{2x}}$, $y'(0)$

3. Дана система линейных уравнений $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ -2x + y + z = 0 \\ 2x - y + 4z = 15 \end{cases}$, решите систему уравнений:

шите систему уравнений:

- с помощью определителей,
 - методом Гаусса,
 - с помощью обратной матрицы.
4. Вычислить интегралы:
- $\int_0^3 (x^2 - 5x) dx$
 - $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$
5. Задача. В партии из 24 деталей пять бракованных. Из партии выбирают наугад 6 деталей. Найти вероятность того, что среди этих 6 деталей окажется 2 бракованных.
6. Вычислить пределы
- $\lim_{x \rightarrow -1} (3x^2 - 2x^3 + 7)$
 - $\lim_{x \rightarrow -7} \frac{49 - x^2}{x + 7}$

Вариант 8

- Найдите производную функции $y = e^{x^3}$
- Найдите производную функции и вычислите ее значение в данной точке: $S = \ln \frac{1+t}{1-t}$, $S'(3)$

3. Дана система линейных уравнений $\begin{cases} 2x + 3y + z = 14 \\ 3x - y + 2z = 5 \\ x + 2y - z = 7 \end{cases}$,

решите систему уравнений:

- с помощью определителей,
 - методом Гаусса,
 - с помощью обратной матрицы.
4. Вычислить интегралы:
- $\int_{-1}^1 (4x^2 + x) dx$
 - $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\sin x} \cdot \cos x dx$
5. Задача. Игральную кость подбрасывают один раз. Найти вероятности событий:

- а) появление четного числа очков
- б) появление не менее пяти очков
- в) появление не более пяти очков
- 6. Вычислить пределы

а) $\lim_{x \rightarrow -2} (9x^2 + 3x - 1)$

б) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$

Вариант 9

- 1. Найдите производную функции $y = x \ln x - x^2$
- 2. Найдите производную функции и вычислите ее значение в данной точке: $f(t) = \sqrt[3]{2t - t^2}$, $f'(4)$

3. Дана система линейных уравнений
$$\begin{cases} x + 2y - z = 9 \\ 2x - y + 3z = 13 \\ 3x + 2y - 5z = -1 \end{cases},$$

решите систему уравнений:

- а) с помощью определителей,
- б) методом Гаусса,
- в) с помощью обратной матрицы.
- 4. Вычислить интегралы:
 - а) $\int_1^9 (\sqrt{x} + x^3) dx$
 - б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x dx}{(2 - \cos x)^2}$
- 5. Задача. В урне 3 белых и 9 черных шаров. Из урны наугад вынимают один шар. Какова вероятность того, что вынутый шар окажется черным?

- 6. Вычислить пределы
 - а) $\lim_{x \rightarrow -3} (7x^3 + 3x^2 + 9)$
 - б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$

Вариант 10

- 1. Найдите производную функции $y = x \cdot \sqrt{1 + x^2}$
- 2. Найдите производную функции и вычислите ее значение в данной точке: $f(x) = \frac{2}{(3x^2 - 5)^2}$, $f'(-1)$

3. Дана система линейных уравнений
$$\begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ x - 2y = -4 \\ 3x + y - z = 3 \end{cases}$$
, решите

систему уравнений:

- с помощью определителей,
 - методом Гаусса,
 - с помощью обратной матрицы.
4. Вычислить интегралы:
- $\int_1^2 (1-x)^2 dx$
 - $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{2 + \sin x}$
5. Задача. Группа учащихся должна сдавать экзамен по четырем предметам. Сколькими способами можно составить расписание экзаменов?
6. Вычислить пределы
- $\lim_{x \rightarrow -1} (x^3 + 2x^5 - 1)$
 - $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{x - 3}$

ПЕРЕЧЕНЬ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ВОПРОСОВ

для подготовки к экзамену

Экзаменационные вопросы по предмету «Основы высшей математики»

1. Определение матрицы. Виды матриц.
2. Операции сложения и вычисления матриц. Умножение матриц на число.
3. Умножение матриц.
4. Определитель матриц. Вычисление определителя второго порядка.
5. Вычисление определителя третьего порядка.
6. Обратная матрица.
7. Система линейных уравнений с n неизвестными. Метод Гаусса.
8. Решение систем линейных уравнений с помощью определителей.
9. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
10. Определение предела функции.
11. Основные теоремы о пределах.
12. Непрерывность функции в точке и на промежутке.
13. Определение производной.
14. Геометрический смысл производной.
15. Физический смысл производной.
16. Экономический смысл производной.
17. Производная суммы, произведения и частного функций.
18. Производная сложной функции.
19. Производная тригонометрических функций.
20. Производная степенной функции.
21. Производная показательной функции.
22. Производная логарифмической функции.
23. Признаки возрастания и убывания функции.
24. Экстремум функции.
25. Функция нескольких переменных. Частные производные.
26. Первообразная функция.

27. Неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла.
28. Формулы интегрирования.
29. Основные методы интегрирования.
30. Определенный интеграл. Основные свойства определенного интеграла.
31. Геометрический смысл определенного интеграла.
32. Экономический смысл интеграла.
33. Формула Ньютона Лейбница.
34. Применение определенного интеграла для вычисления площадей фигур.
35. Дифференциальные уравнения. Основные понятия.
36. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
37. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
38. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
39. Дифференциальные уравнения второго порядка.
40. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
41. Размещения и перестановки. Сочетания.
42. Случайные события. Операции над событиями.
43. Определение вероятных событий.
44. Теорема сложения вероятностей.
45. Теорема умножения вероятностей.
46. Формула полной вероятности.
47. Формула Бернулли.
48. Случайная дискретная величина и закон ее распределения.
49. Числовые характеристики случайных величин.
50. Предмет математической статистики.

ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ для подготовки к экзамену

Задачи к экзамену по предмету «Основы высшей математики» для учащихся заочного отделения

1. Вычислите интеграл: $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{\sin^2 x}$
2. Найдите предел: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}$
3. Вычислите интеграл: $\int_1^2 \frac{x^2 dx}{(x^2 + 2)^2}$
4. Решите систему уравнений с помощью определителей:
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 = 7, \\ 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 6. \end{cases}$$
5. Найдите предел: $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x-5}$
6. Решите систему уравнений методом Гаусса:
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 6, \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 9 \end{cases}$$
7. Найдите предел: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 9}$
8. Решите систему уравнений с помощью обратной матрицы:
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 11, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 \end{cases}$$
9. Найдите интеграл: $\int \frac{x dx}{(1-x^2)^5}$
10. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 5, \\ 2x_1 - 7x_2 + 2x_3 = 3, \\ 3x_1 - 8x_2 + 4x_3 = 9 \end{cases}$$
11. Найдите интеграл: $\int (3x^2 + 5 \cos x - 4) dx$

12. Задача. Сколько матчей будет сыграно в футбольном чемпионате с участием 16 команд, если каждые две команды встречаются между собой один раз?
13. Задача. В урне находится 8 красных и 5 синих шаров. Из урны одновременно вынимают два шара. Какова вероятность того, что оба шара красные(событие А)?
14. Вычислите интеграл: $\int_{-1}^0 (x^3 + 2x) dx$
15. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:
 $y = 6x - 3x^2$ и осью ОХ.
16. Найдите производную функции $f(x) = \frac{3x}{(2-x)}$ и вычислите $f'(3)$.
17. Найдите производную функции $f(x) = \sin^2 x \cdot \cos x$.
18. Найдите $f'(0)$, если $f(x) = \frac{1}{2 \cos(2x - \pi)}$
19. Найдите производную функции: $y = \ln(3x^2 + 4)$
20. Решите уравнение $f'(x) = 0$, если $f(x) = \frac{8x - x^2 - x^3}{3}$
21. Найдите $f'(\frac{\pi}{3})$, если $f(x) = 4 \sin x - x$.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ УЧАЩИХСЯ НА ЭКЗАМЕНЕ

Отметка в баллах	Показатели оценки
0 (ноль)	Отсутствие результатов учебной деятельности.
1 (один)	Неполный и неточный ответ только на один вопрос.
2 (два)	Дан правильный ответ только на один вопрос
3 (три)	Неполный ответ на вопрос одного из разделов, правильный ответ на вопрос по другому разделу.
4 (четыре)	Даны правильные и неправильные ответы на один из двух вопросов по каждому разделу.
5 (пять)	Нет ответа на один из вопросов, неточности и неполный ответ по одному из других вопросов.
6 (шесть)	Нет ответа на один из вопросов.
7 (семь)	Неверный ответ на один из вопросов.
8 (восемь)	Неполный, но правильный ответ на один из вопросов.
9 (девять)	Полные, точные, правильные ответы на все вопросы.
10 (десять)	Полные, точные, правильные ответы на все вопросы, решение дополнительных задач